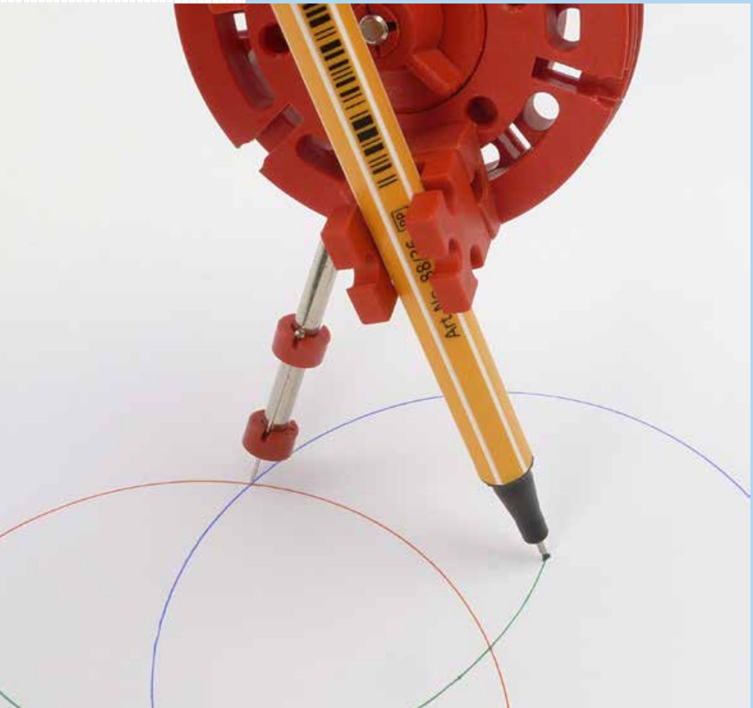
1 Der Zirkel

Du möchtest Kreise in leuchtenden Farben statt im matten Grau der Zirkelminen? Dann bau dir diesen präzisen Zirkel aus fischertechnik. Ob bei Konstruktionen im Unterricht oder beim Zeichnen und Basteln zuhause, überall unterstützen die Farben deine Ideen und deine Kreativität.

- Anzahl der Teile: 19 (Zirkel)
- Größte Schwierigkeit: Ausrichten der Stecknadel
- Bauzeit: 10 min
- Lehrplanbezug: Kreise und ihre Eigenschaften, Konstruktionen mit Zirkel und Lineal



1.1 Fragen und Antworten

Wie benutze ich den Zirkel?

Du stellst den gewünschten Radius des Kreises ein, indem du die beiden Drehscheiben gegeneinander verdrehst. Der Radius ist der Abstand zwischen der Spitze der Stecknadel und der Spitze des Stiftes. Mit der Stecknadel stichst du in einen Punkt auf dem Blatt Papier, setzt den Stift auf und drehst ihn ohne Druck am Stiftende um den Einstichpunkt.

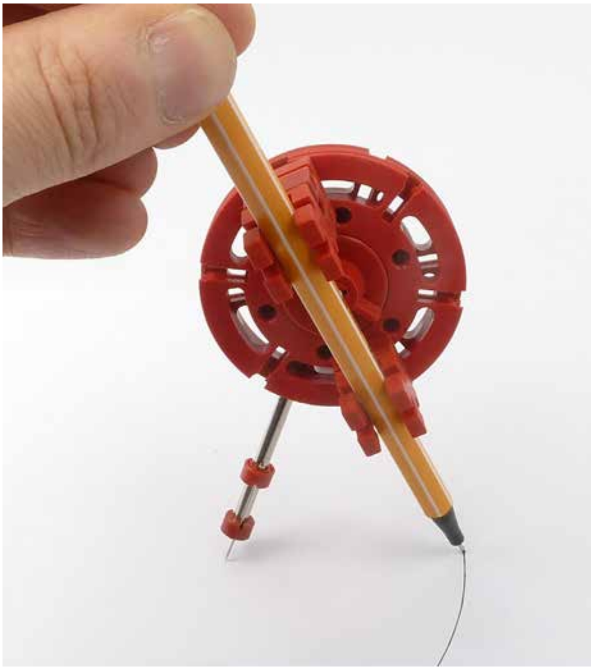


Abb. 1–1: Der Zirkel im Einsatz

Was genau ist ein Kreis?

Ein Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r besteht aus allen Punkten, die von M die Entfernung r besitzen. Genau dieses mathematische Konzept setzt der Zirkel mechanisch um. Allerdings etwas indirekt: Du stellst den Radius (einen Abstand) über einen Winkel ein. Direkter ist es beim Stangenzirkel. Bei ihm stellst du die Entfernung des Stiftes zum Mittelpunkt direkt durch Verschieben ein. Ein Stangenzirkel ist für große Radien oder für den Einsatz von Schneidwerkzeugen sehr gut geeignet. Der Stift bzw. das Werkzeug steht nämlich stets senkrecht auf dem Untergrund.

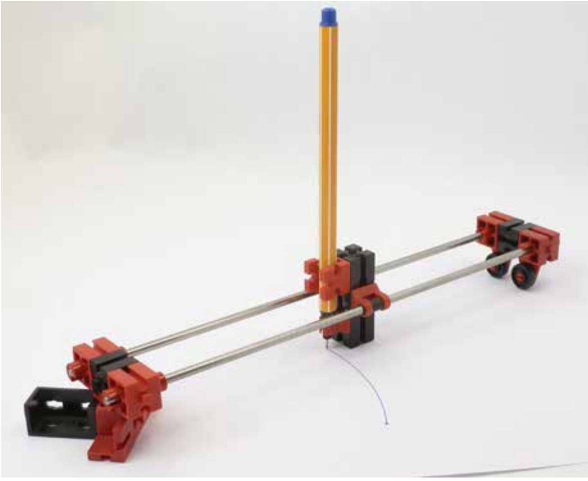


Abb. 1–2: Der Stangenzirkel

Wozu soll ich Kreise zeichnen?

Zunächst, weil es Spaß macht. Probiere doch einmal Folgendes aus: Du zeichnest einen Kreis. Ohne den Radius zu verändern, stichst du die Nadel danach in einen Punkt der Kreislinie und zeichnest einen weiteren Kreis. Die beiden Kreise schneiden sich in zwei Punkten. Um diese Punkte zeichnest du wieder zwei Kreise. Mit weiteren Kreisen um die Schnittpunkte kannst du die Zeichnung zu einer wunderschönen Rosette vervollständigen. Ist es nicht faszinierend, mit welcher Präzision sich mehrere Kreislinien in einem Punkt schneiden?

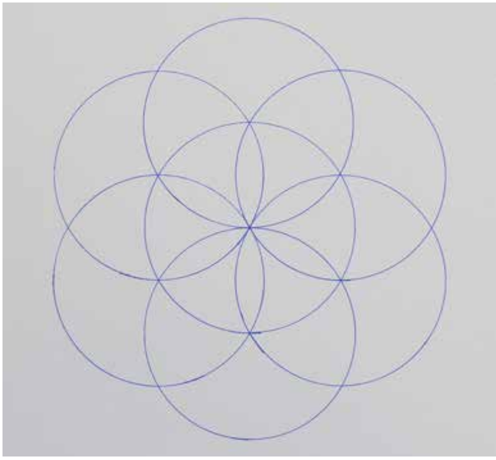


Abb. 1–3: Eine Rosette – mit unserem Zirkel gezeichnet

Kreise zu zeichnen, ist natürlich auch nützlich. Beim Basteln aller möglichen Gegenstände aus Papier, Karton oder Holz kannst du einen Zirkel häufig sehr gut gebrauchen.

Schließlich ist ein Zirkel neben dem Geodreieck das wichtigste Werkzeug im Geometrieunterricht. Es gibt spannende Konstruktionen, die leider heutzutage in der Schule oft viel zu kurz kommen. Dabei gibt es nichts Besseres, um mathematisches Denken zu erlernen.

Was ist eine geometrische Konstruktion?

Eine geometrische Konstruktion ist wie ein Krimi. Du bist der Detektiv. Du musst beobachten, Fragen stellen, vermuten und diese Vermutungen entweder als falsch erkennen oder durch Kombinieren beweisen. Immer wieder betreten neue Figuren die Bühne und du musst einschätzen, ob sie für deinen Fall wichtig oder unwichtig sind und welche Rolle sie spielen. Du musst dich in Beziehungsgeflechte eindenken. Anders als im Krimi geht es allerdings nie um Missetaten oder Schlechtigkeiten, sondern immer um positive Eigenschaften. Außerdem ist es vollkommen ungefährlich. Hast du den Fall am Ende gelöst, ist das ein erhebendes Gefühl. Viel stärker, als wenn du ein Puzzle mit 1000 Teilen zusammengesetzt hast!

Ich zeige dir ein paar einfache Beispiele. Am besten nimmst du dir deinen Zirkel, ein Lineal sowie ein Blatt Papier und konstruierst einfach mit.

Wie kann ich einen Kreis mit 5 cm Radius durch zwei Punkte legen?

Auf das Blatt Papier zeichnest du zwei Punkte und nennst sie *A* und *B*. Wie kannst du einen Kreis zeichnen, der durch die beiden Punkte verläuft und den Radius 5 cm hat?

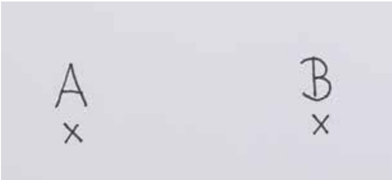


Abb. 1–4: Wie zeichnet man einen Kreis mit 5 cm Radius durch A und B?

Vielleicht weißt du zunächst nicht, wie du anfangen sollst. Dann versuche herauszufinden, *was* genau du nicht weißt. Hier ist es recht einfach: Du weißt nicht, wo du deinen Zirkel einstechen sollst.

Wenn man keine Idee hat, sollte man deswegen nicht in Untätigkeit verfallen. Wie im Sport ist die Bewegung in der Mathematik das Wichtigste. Spiele ein bisschen mit dem herum, was in der Aufgabe steht. Wenn dir nichts anderes direkt einfällt, zeichne doch einfach Kreise mit einem Radius von 5 cm um die Punkte *A* und *B*. Es sind ja bis jetzt keine anderen Punkte da!

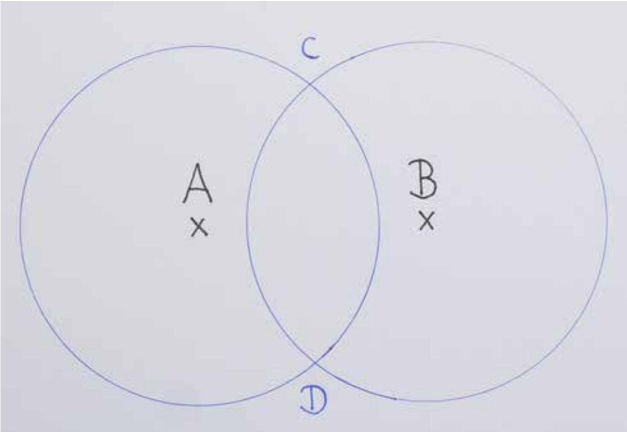


Abb. 1–5: Kreise mit einem Radius von 5 cm um die Punkte A und B

Vermutlich schneiden sich deine beiden Kreise in zwei Punkten. Nenne diese Punkte *C* und *D*. Das sind neue Mittelpunkte für deinen Zirkel! Stich gleich in diese Punkte ein und zeichne zwei weitere Kreise mit einem Radius von 5 cm. Diese Kreise verlaufen durch die Punkte *A* und *B*. Wie aus dem Nichts ist dein Problem gelöst! Und du hast nicht nur *eine* Lösung für dein Problem gefunden, sondern gleich *zwei*.

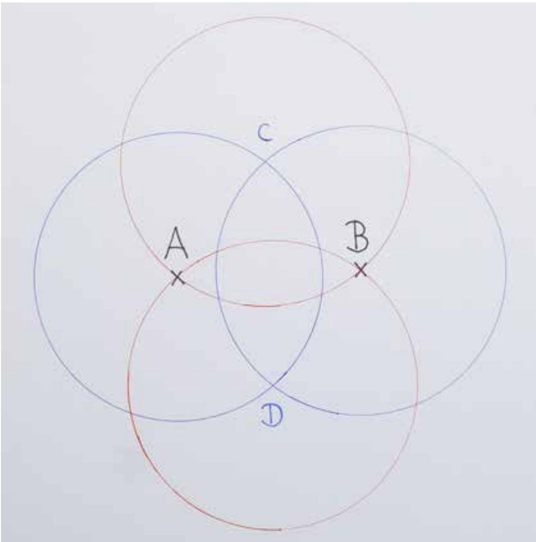


Abb. 1–6: Die Kreise mit 5 cm Radius um C und D verlaufen durch A und B.

Warum funktioniert diese Konstruktion nun? Der Punkt C liegt auf dem Kreis um A mit Radius 5 cm und auf dem Kreis um B mit Radius 5 cm. Er ist also von beiden Punkten 5 cm entfernt. Wenn wir nun einen Kreis mit einem Radius von 5 cm um C schlagen, so muss dieser durch die Punkte A und B gehen. Ebenso der Kreis mit einem Radius von 5 cm um D.

Was aber, wenn sich die beiden ursprünglichen Kreise um A und B in Abbildung 1–5 gar nicht schneiden? Das könnte nur dann passieren, wenn A und B weiter als 10 cm voneinander entfernt sind. In diesem Fall gibt es keinen Kreis mit Radius 5 cm durch A und B.

Wie kommt hierbei Symmetrie ins Spiel?

Zeichne die Gerade durch C und D.

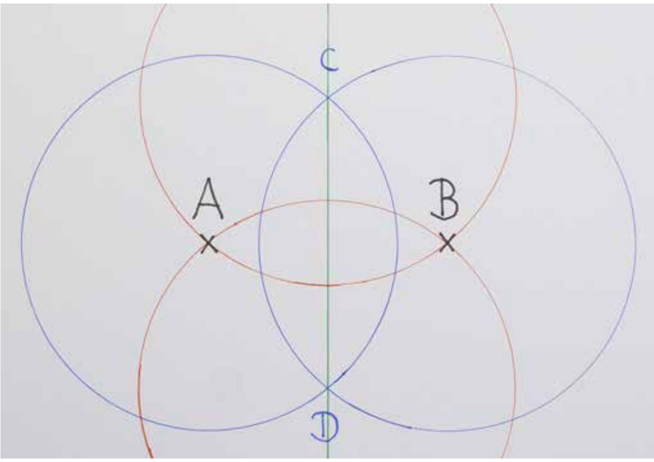


Abb. 1–7: Die Gerade durch die Punkte C und D

Falte die linke Hälfte des Papiers auf die rechte Hälfte sorgfältig entlang dieser grünen Geraden. Was stellst du fest?

Genau: Der Punkt A landet auf dem Punkt B, die beiden blauen Kreise landen aufeinander, die beiden roten jeder auf sich. Alles, was du gezeichnet hast, ist symmetrisch zur grünen Geraden. Warum ist das so?

Du kannst sagen, das sei offensichtlich. Aber das ist kein Beweis. Ein stichhaltiges Argument anzugeben, ist am Anfang nicht leicht. Es wird aber leichter mit jeder Konstruktion, die du gesehen hast, und mit jeder Minute, die du in solche Probleme investierst.

Der entscheidende Punkt ist, dass die Punkte C und D auf dem Falz liegen. Um das zu verstehen, falte das Blatt auseinander, drehe es auf die Rückseite, suche die Einstichstellen von C und D, stich dort noch einmal mit dem Zirkel ein und zeichne rote Kreise mit dem gleichen Radius wie zuvor. Sie liegen natürlich genau über den roten Kreisen auf der Vorderseite. Die Entfernungen auf der Vorder- und der Rückseite des Blatts sind ja gleich. Auch die Schnittpunkte der beiden neuen Kreise liegen daher genau über den Punkten *A* und *B* auf der anderen Seite.

Wenn du jetzt das Blatt wieder wie zuvor zusammenfaltest, siehst du, warum der Punkt *A* auf dem Punkt *B* landet. Stich noch einmal in die Punkte *C* und *D* auf dem Falz und zeichne um diese Punkte rote Halbkreise mit dem gleichen Radius wie zuvor. Natürlich zeichnest du dabei nur die Halbkreise auf der Rückseite des Blatts nach. Andererseits zeichnest du sie jetzt genau über die darunterliegenden Halbkreise auf der rechten Vorderseite des Blatts. Somit muss der Schnittpunkt *A* auf den Schnittpunkt *B* fallen.

Die Gerade durch *C* und *D* heißt die *Mittelsenkrechte* von *A* und *B*. Warum? Falte das Papier einmal sorgfältig entlang der Geraden durch *A* und *B*. Du beobachtest, dass dabei die obere Hälfte der grünen Geraden durch *C* und *D* auf die untere Hälfte gelegt wird. Vielleicht kannst du sogar wie oben begründen, warum das so sein muss? Wenn du noch einmal längs der Geraden durch *C* und *D* faltest, siehst du, dass die vier Winkel zwischen den Geraden durch *A* und *B* und durch *C* und *D* alle aufeinanderliegen und daher gleich groß sind. Auseinandergefaltet ergeben sie zusammen 360°, also muss jeder 90° groß sein.

Die Gerade durch *C* und *D* verläuft also senkrecht zur Geraden durch *A* und *B*. Sie liegt auch in der Mitte. Es gilt sogar noch mehr: Jeder Punkt *E* auf der Mittelsenkrechten von *A* und *B* ist gleich weit von *A* und von *B* entfernt.

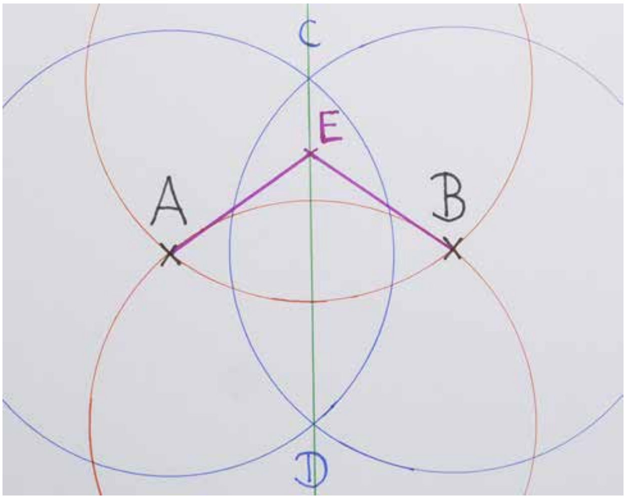


Abb. 1–8: Jeder Punkt E auf der Mittelsenkrechten ist gleich weit von A und B entfernt.

Der Punkt E liegt ja auf dem Falz und der Punkt A landet beim Falten auf dem Punkt B. Darum landet auch die Strecke zwischen E und A beim Falten auf der Strecke zwischen E und B. Die beiden Strecken EA und EB sind also gleich lang.

Wie kann ich durch drei Punkte einen Kreis zeichnen?

Zeichne drei verschiedene Punkte auf ein Blatt Papier und nenne sie A, B und C.

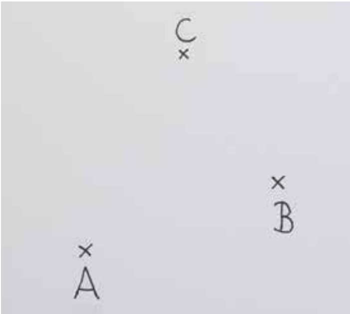


Abb. 1–9: Wie kann man einen Kreis durch drei Punkte zeichnen?

Du möchtest einen Kreis durch die drei Punkte zeichnen. Wie machst du das?

Zuerst konstruierst du die Mittelsenkrechte von A und B. Dazu stellst du den Zirkel auf einen Radius ein, der größer ist als die Entfernung zwischen A und B, und zeichnest damit Kreisbögen um A und B, die sich in zwei Punkten schneiden. Die Schnittpunkte verbindest du durch eine Gerade. Ebenso konstruierst du die Mittelsenkrechte von B und C. Die Punkte auf der Mittelsenkrechten von A und B besitzen die gleiche Entfernung zu A und zu B, die Punkte auf der Mittelsenkrechten von B und C besitzen die gleiche Entfernung zu B und C. Der Schnittpunkt dieser beiden Geraden ist also von allen drei Punkten A, B und C gleich weit entfernt! Das ist der geeignete Mittelpunkt für deinen Kreis. Bezeichne ihn daher mit M. Stich dort ein und zeichne einen Kreis durch alle drei Punkte.

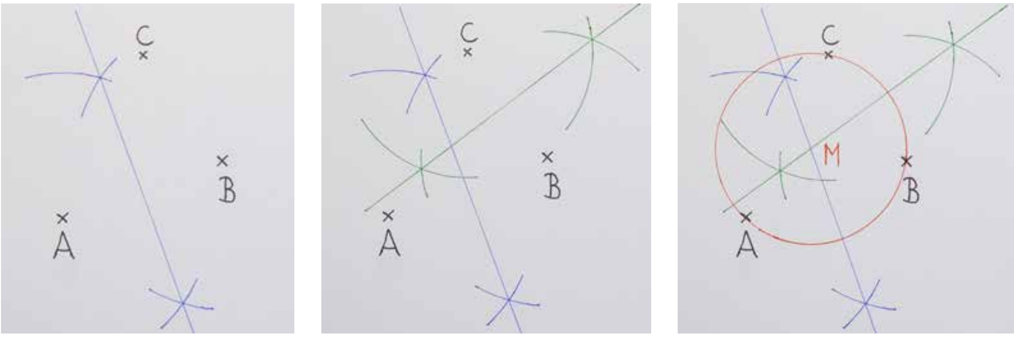


Abb. 1–10: Konstruktion des Umkreismittelpunkts mithilfe zweier Mittelsenkrechten

Man nennt M den *Umkreismittelpunkt* des Dreiecks ABC. Vielleicht hast du ihn in der Schule kennengelernt.

Übrigens verläuft natürlich auch die dritte Mittelsenkrechte von B und C durch M. Und es ist schon etwas Besonderes, wenn sich drei Geraden in einem Punkt schneiden. Drei zufällig hingezeichnete Geraden umranden normalerweise ein Dreieck.

Diese Konstruktion kannst du auch sehr gut beim Basteln oder Werken einsetzen, zum Beispiel wenn du einen großen Kreis mit einem Teller auf Sperrholz gezeichnet hast und ein Loch genau in die Kreismitte bohren möchtest. Markiere dann einfach drei Punkte auf dem Kreisrand und konstruiere zwei Mittelsenkrechten.

1.2 Ausblick

Viele Hintergrundinformationen zu allen möglichen Arten von Zirkeln und Pantografen, Längen- und Winkelmessern findest du in dem Buch [1]. Darin gibt es auch viele aussagekräftige Fotos von Originalinstrumenten.

Mit Zirkel und Lineal kannst du viele elementargeometrische Konstruktionen durchführen. In alten Schulbüchern der Klassen 6–8 wurden diese Konstruktionen oft sehr gut aufbereitet und dargestellt. Gelegentlich gibt es in Schulen noch nicht entsorgte Restexemplare, die dir deine Lehrerin oder dein Lehrer gerne kostenlos überlassen.

Wenn dir Zeichnungen mit Zirkel und Lineal Spaß machen, solltest du auch einmal ein regelmäßiges Fünfeck konstruieren. Anders als beim regelmäßigen Dreieck, Viereck und Sechseck wirst du die Konstruktion kaum alleine finden. Ein regelmäßiges 7-Eck andererseits lässt sich überhaupt nicht ausschließlich mit Zirkel und Lineal konstruieren. Eine Übersicht zu diesem Thema findest du in dem Video [2].

[1] H.-J. Vollrath, *Verborgene Ideen*, Springer Spektrum, Wiesbaden 2013.
[2] E. Weitz, Das regelmäßige 17-Eck und andere Konstruktionen mit Zirkel und Lineal, YouTube-Video vom 03.09.2017, *https://youtu.be/1Ye9KLRgwxc*, zuletzt abgerufen am 10.08.2022.

1.3 Bauanleitung

Zirkel

Versieh zunächst die Drehscheibe mit einer Flachnabe. Stecke eine Achse 50 in die Nabe und ziehe die Nabe anschließend fest an.

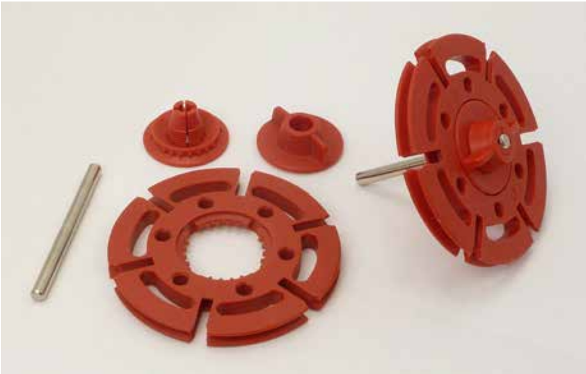


Abb. 1–11: Die Drehscheibe mit Achse 50

Setze den oberen und den unteren Stifthalter zusammen und baue sie an die Drehscheibe.

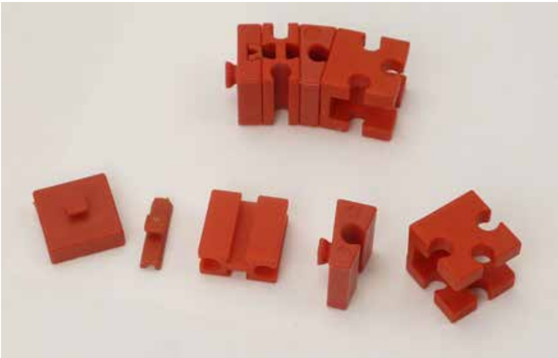


Abb. 1–12: Oberer Stifthalter

Abb. 1–13: Drehscheibe mit Stifthaltern

Als Nächstes befestigst du eine Stecknadel mit zwei Klemmbuchsen an einer Achse 60. Diese Achse steckst du in eine zweite Drehscheibe, die Rücken an Rücken mit der ersten Drehscheibe auf der Achse 50 festgezogen wird. Beide Naben sollten gut festgezogen werden, aber noch ohne Gewalt gegeneinander verdreht werden können.

Abb. 1–14: Achse 60 mit Stecknadel

Abb. 1–15: Die zweite Drehscheibe

Die Achse mit der Nadel drehst du so, dass die Nadel innen liegt. Den Fineliner drückst du so in die Stifthalter, dass seine Spitze möglichst nah an der Nadelspitze liegt.

Abb. 1–16: Der fertige Zirkel

Stangenzirkel

Baue zunächst das Zirkellager und den Räderblock zusammen.

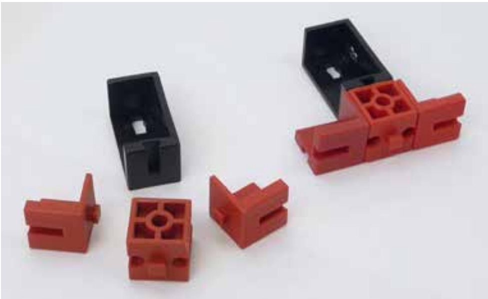


Abb. 1–17: Das Zirkellager mit Halter

Abb. 1–18: Der Räderblock

Es folgen die Dreheinheit und der Schlitten.

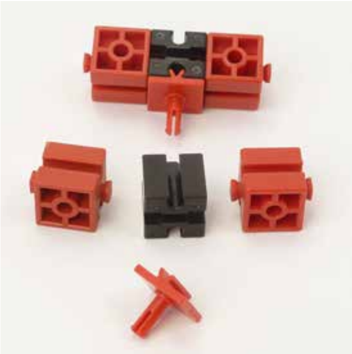


Abb. 1–19: Die Dreheinheit

Abb. 1–20: Der Schlitten

Auf den Abbildungen 1–21 und 1–22 erkennst du, wie der Schlitten, die Dreheinheit und der Räderblock auf die beiden Achsen 260 geschoben werden. Dreheinheit und Räderblock werden durch Klemmringe fixiert.

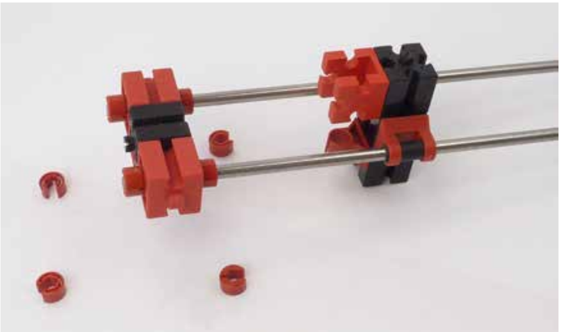


Abb. 1–21: Dreheinheit und Schlitten auf den Achsen 260

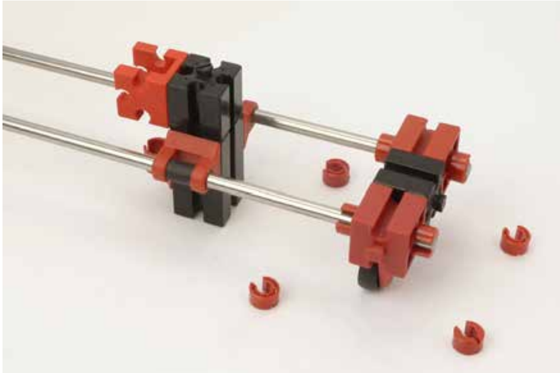


Abb. 1–22: Schlitten und Räderblock auf den Achsen 260

Abb. 1–23: Der fertige Stangenzirkel